Hagen Lindstädt

Rationale Alternativensuche und die Gestalt von Informationswertfunktionen

Liegen in einer Entscheidungssituation nicht alle Informationen vor, so sieht sich das handelnde Individuum mit dem Metaproblem des Erwerbs von Informationen konfrontiert. Für ein Verständnis von rationalem Verhalten bei diesem Erwerb ist die Kenntnis des Zusammenhanges zwischen Aufwand für den Informationserwerb, z.B. in Form von Zeiteinsatz für die Suche nach Informationen, und dem erzielten Informationswert erforderlich. Nach einem bemerkenswerten Ergebnis von Radner und Stiglitz ist die Informationswertfunktion unter bestimmten Bedingungen in einer Umgebung des Nullpunktes („keine Information") konvex, so daß sich steigende Grenzerträge des Informationserwerbs im Nullpunkt ergeben. Unter anderen Bedingungen ergibt sich Konkavität der Informationswertfunktion im gesamten Bereich.

Der Beitrag behandelt unterschiedliche Gestalten der Informationswertfunktion (Konkavität vs. Konvexität) eines risikoneutralen Individuums für den Fall, daß der Erwerb von Informationen in der Suche nach Handlungsalternativen besteht, wie z.B. die Personalsuche bei einer Personalbeschaffungsentscheidung.

Es zeigt sich, daß -anders als im von Radner / Stiglitz untersuchten Fall- bei einer wichtigen Klasse von Suchprozessen die resultierenden Informationswertfunktionen unabhängig von der Verteilung des Alternativengewinnes stets (schwach) konkav sind. Die Informationswertfunktion wird determiniert durch die Folge der erwarteten Nutzenmaxima der Alternativen. Für diese Folge wird eine verteilungsfreie obere Schranke entwickelt, die bei Unkenntnis der zugrunde liegenden Nutzenverteilung als a priori-Entscheidungshilfe verwendet werden kann.

1. Problemstellung und Begriffsdefinitionen

In Entscheidungssituationen, bei denen nicht alle Informationen vorliegen, steht das handelnde Individuum vor dem Metaproblem, welche Menge an Informationen es erwerben soll. Die Entscheidungssituation, die in diesem Beitrag interessiert, ist diejenige eines Individuums, das entgegen den Annahmen des Grundmodells der Entscheidungstheorie nicht alle Handlungsalternativen kennt. Der Informationserwerb beschränkt sich annahmegemäß auf die Suche nach solchen Alternativen.

Zur größeren Klarheit wird bei der Untersuchung dieser Entscheidungssituation davon ausgegangen, daß der mit einer Alternative verbundene Erwartungsnutzen dem Individuum gleichzeitig mit der Entdeckung der Alternative bekannt ist. Hinsichtlich der Unsicherheit, die mit der Suche nach Alternativen verbunden ist, sei das betrachtete Individuum risikoneutral.

Zur Einordnung der Untersuchungen in den entscheidungslogischen Zusammenhang erfolgt vor der eigentlichen Problemanalyse eine Klärung der Begriffe Information, Informationswert und Informationswertfunktion in einem allgemeineren Kontext.

Eine wichtige Anwendung, durch die diese allgemeine Untersuchung motiviert ist, stellt die Suche nach Personal im Rahmen einer Personalbeschaffungsentscheidung dar. Die Handlungsalternativen entsprechen in diesem Fall den einzelnen Kandidaten oder Bewerbern, die für die Besetzung der Stelle in Frage kommen.

Die Definition des Informationsbegriffes ist in der Betriebswirtschaftslehre nicht eindeutig. Die wohl gebräuchlichste ist diejenige von Wittmann, der Information als zweckorientiertes Wissen definiert. Als Zweck läßt er dabei nur die Handlungsvorbereitung gelten.[1] Der so entstehende entscheidungsorientierte Informationsbegriff eignet sich für die folgenden Untersuchungen, so daß andere Definitionen hier nicht betrachtet werden müssen.[2]

Für eine Untersuchung rationaler Vorgehensweisen zum Erwerb von Informationen in einer Entscheidungssituation ist der Wert der fraglichen Informationen zentral. Ein Problem bei der Bewertung von Informationen liegt darin, daß zum Zeitpunkt der Entscheidung über ihren weiteren Erwerb die Information eben (noch) nicht bekannt ist. Es sind zwei Auswege aus diesem Dilemma denkbar.

Eine Möglichkeit besteht darin, Informationen aus einer ex post-Perspektive zu bewerten. Kennt man die Information, ihre Auswirkungen auf das Entscheidungsverhalten des Individuums und auf den Erwartungsnutzen, den das Individuum mit und ohne die Information realisiert, so läßt sich der Wert der Information sinnvoll als Differenz des Erwartungsnutzens bei Entscheidung mit und ohne die Information definieren.

---

[1] Vgl. Wittmann (1959), S.14.

[2] Ein Überblick über Informationsbegriffe und Bedeutungen findet sich bei Bode (1997).

Dabei muß folgendes beachtet werden: Kennt man die Information, so wird man den Erwartungsnutzen, der bei Entscheidung ohne Information realisiert worden *wäre*, in der Regel anders einschätzen als bei Unkenntnis der Information. In anderen Worten: Die a posteriori-Einschätzung des a priori-Nutzens weicht in der Regel von der a priori-Einschätzung des a priori-Nutzens ab.

Eine solche Situation liegt beispielsweise vor, wenn eine Alternative A_1 den höchsten Nutzen in einer als sicher eintretend erachteten Umweltsituation S_1 realisiert, die fragliche Information jedoch *unerwartet* impliziert, daß statt dieser Umweltsituation eine andere S_2 sicher eintrifft, bei der alle Alternativen schlechter abschneiden, und bei der Alternative A_2 die attraktivste ist. Aus der ex post-Perspektive besteht der Wert der Information in der Differenz der Nutzenwerte von A_2 und A_1 in S_2, nicht etwa aus der von A_2 in S_2 und A_1 in S_1.

Die Bewertung aus der ex post-Perspektive hat jedoch den Nachteil, daß sie dem Individuum zum Zeitpunkt der Entscheidung über den Informationserwerb nicht zugänglich ist.

Die zweite, gebräuchlichere Möglichkeit ist die Bewertung der Information aus der a priori-Sicht, d.h. vor dem Erwerb der Information. Lassen sich vor dem Erwerb einer Information alternative Ausprägungen unterscheiden, beispielsweise in Form möglicher Ausprägungen von Indikatoren, und lassen sich diesen alternativen Ausprägungen Wahrscheinlichkeiten zuordnen, die mit den übrigen Wahrscheinlichkeiten des Entscheidungskalküls konsistent sind, so kann der erwartete Nutzen bei Entscheidung mit Information aus der ex ante-Perspektive durch Anwendung des Bayes-Theorems über bedingte Wahrscheinlichkeiten berechnet werden.

Der Informationswert ergibt sich auch in diesem ex ante-Kalkül als Differenz der erwarteten Nutzen bei Entscheidung mit und ohne die Information, jedoch wird in beiden Fällen der a priori-Erwartungsnutzen (d.h. aus der ex ante-Perspektive) verwendet.[3]

Zwei Informationsstrukturen können also durch ihre Informationswerte in einer bestimmten Entscheidungssituation miteinander verglichen werden. Es gibt jedoch keine sinnvolle, generelle Möglichkeit, die Informationsmenge einer Informationsstruktur so zu messen, daß man von je zwei Informationsstrukturen entscheiden könnte, welche im allgemeinen „informativer“ ist. Es ist nicht möglich, eine allgemeingültige, sinnvolle Ordnung für Informationsstrukturen anzugeben.

Für ein festes Entscheidungsproblem kann man jedoch die verfügbaren Informationsstrukturen durch einen reellen Parameter indexieren, der angibt, wie hoch der mit der Beschaffung einer Informationsstruktur verbundene (zeitliche oder finanzielle) Aufwand ist. So erhält man eine Halbordnung auf der Menge der Informationsstrukturen des Entscheidungsproblems. Die Menge der Zahlenpaare der reellen Aufwandsparameter der Informationsstrukturen und ihrer zugehörigen Informationswerte für das

[3] Diese Art der Informationsbewertung verwendet auch Laux, vgl. Laux (1979), S.48ff.

Entscheidungsproblem definiert eine reellwertige Relation auf einer Teilmenge der reellen Zahlen, die Informationswertrelation.

Im allgemeinen Fall kann unterschiedlichen Informationsstrukturen derselbe reelle Aufwandsparameter zugeordnet sein, und einige Aufwandsparameter kommen nicht als Indizes für Informationsstrukturen vor. Unterstellt man jedoch, daß jedem Aufwandsparameter genau eine Informationsstruktur zugeordnet ist, so erhält man eine Informationswertfunktion.[4]

2. Der Satz von Radner und Stiglitz

Nach einem bemerkenswerten, 1984 von Radner / Stiglitz veröffentlichten Satz sind unter bestimmten Voraussetzungen an Entscheidungsproblem und Informationserwerb alle Informationswertfunktionen in der Nähe des Nullpunktes konvex.

Wohl wegen der erforderlichen Kürze ihrer Darstellung erläutern Radner / Stiglitz die in der Originalarbeit unscheinbar klingenden Voraussetzungen für ihr Ergebnis nur sehr kondensiert. Die Aussage der Konvexität aller einschlägigen Informationswertfunktionen im Nullpunkt ist jedoch so stark, daß die Voraussetzungen im folgenden etwas expliziter aufgezeigt werden. Es wird sich herausstellen, daß die Voraussetzungen des Satzes auf das in diesem Beitrag untersuchte Entscheidungsproblem nicht zutreffen. [5]

Radner / Stiglitz nennen folgende hinreichende Voraussetzungen für ihr Ergebnis: Der Alternativenraum ist eine Teilmenge der Menge reeller Vektoren. Man kann sich vorstellen, daß die Alternativen durch k reelle Indikatoren parametrisiert werden. Der mit den Alternativen verbundene Nutzen ist eine stetige Funktion in Abhängigkeit der unterliegenden Parametrisierung. Der Nutzen hängt von der gewählten Alternative und dem Umweltzustand ab.

Weiter existiert eine Menge von Signalen, die dem Individuum bekannt sind. Die Informationen werden durch bedingte Wahrscheinlichkeiten quantifiziert, welche die Wahrscheinlichkeiten für jedes der Signale bei Vorliegen der möglichen Umweltzustände angeben.

Durch diese bedingten Wahrscheinlichkeiten kann das Individuum also von den bekannten Signalen auf die Eintrittswahrscheinlichkeiten der Umweltzustände

---

[4] Die Informationswertfunktion könnte technisch z.B. durch Schließen der Lücken im Definitionsbereich durch halbstetige Fortsetzung und durch Wahl des Supremums bei Mehrdeutigkeiten erreicht werden. Dies wird hier jedoch nicht weiter verfolgt. Radner / Stiglitz unterstellen in ihrem später vorgestellten Satz die Existenz einer Informationswertfunktion, ohne das Definitionslückenproblem oder Mehrdeutigkeiten zu erwähnen, vgl. Radner / Stiglitz (1984), S.33f.

[5] Vgl. Radner / Stiglitz (1984). Die Voraussetzungen ergeben sich teilweise erst aus dem Beweis. Z.B. schreiben Radner / Stiglitz: „utility is a continuous function“. Wie später klar wird, ist damit jedoch nicht die Risiko-Nutzen-Funktion gemeint, sondern der Nutzen der Alternativen in Abhängigkeit ihrer kontinuierlichen Parametrisierung. Eine Erweiterung des Satzes mit Anwendung auf Monitoring in Principal-Agent-Situationen beschreibt Singh (1985).

schließen. Eine Informationsstruktur ist somit durch eine Matrix von bedingten Wahrscheinlichkeiten formalisierbar.[6]

Eine vollständig uninformative Informationsstruktur liegt vor, wenn für jede Umweltsituation alle Signale identische bedingte Wahrscheinlichkeiten haben. Es wird angenommen, daß im Nullpunkt der Informationswertfunktion eine solche vollständig uninformative Informationsstruktur vorliegt, und daß die optimale Entscheidung im Nullpunkt signalunabhängig ist.

Die bedingten Wahrscheinlichkeiten variieren im Nullpunkt differenzierbar, d.h. die Funktion, die jedem Parameter einer Informationsstruktur die Matrix der bedingten Wahrscheinlichkeiten zuordnet, ist in 0 komponentenweise differenzierbar. Weiterhin ist die Entscheidung stetig in der Informationsmenge, d.h. die Parameter der als optimal beurteilten Alternative ändern sich stetig mit dem Parameter der Informationsmenge.

Es wird also -anders als bei diskreten Alternativenmengen- bei wenig abweichenden Informationen nicht plötzlich eine „ganz andere“ Alternative gewählt. In Entscheidungssituationen, die diesen Voraussetzungen genügen, ändert sich der in der Entscheidung zu realisierende Erwartungsnutzen mit Eintreffen neuer Informationen daher nur allmählich.

Führen neue Informationen zu einer relativen Verbesserung anderer Alternativen gegenüber der vorher optimalen, so muß der veränderte Erwartungsnutzen dieser Alternativenkombination zunächst die Erwartungsnutzendifferenz zur bisher optimalen Alternative „aufholen“. Dies veranschaulicht die Existenz eines konvexen Bereiches der Informationsfunktion in der Nähe des Nullpunktes.

3. Gestalt der Informationswertfunktion bei Alternativensuche

In diesem Abschnitt wird die Gestalt von Informationswertfunktionen analysiert, die bei der Suche nach (diskreten) Alternativen entstehen, beispielsweise bei der Personalsuche. Das Ergebnis von Radner / Stiglitz ist auf dieses Problem nicht übertragbar, da es sich wie gezeigt auf eine völlig andere Entscheidungssituation bezieht.

3.1 Modellierung

Die Herleitung der Informationswertfunktion erfordert eine Modellierung mit zwei Elementen: Dem Suchprozeß nach den Alternativen und die Nutzenwerte für die gefundenen Alternativen. Beide Elemente sollten sinnvollerweise als zufallsbeeinflußt

---

[6] Die Operationalisierung der Informationsstruktur erinnert abgesehen vom kontinuierlichen Alternativenraum an das Vorgehen von Laux (1979), S.48ff. Bei Laux liegt die Information in der Realisation von Indikatoren I_i, die stark an die Signale erinnern, die dem Individuum bei Radner und Stiglitz bekannt sind. Die Information liegt bei Radner / Stiglitz in den bedingten Wahrscheinlichkeiten, die wiederum Laux in Form seiner $w(I_i \mid S_s)$ als dem Individuum bekannt annimmt.

modelliert werden, da dem Individuum zum Zeitpunkt der Metaentscheidung über den Informationserwerb in Form der Alternativensuche im allgemeinen nicht klar ist, wann es neue Handlungsalternativen findet, oder welcher Nutzen mit den Alternativen verbunden ist.

Der Suchprozeß wird als eine diskrete Suche modelliert: Das Individuum kann sich entscheiden, einen Versuch zur Entdeckung einer Alternative zu unternehmen. Dieser Versuch führt dann mit einer Wahrscheinlichkeit von p zum Erfolg, d.h. zur Entdeckung einer ihm bis zu diesem Zeitpunkt noch unbekannten Alternative, mit Wahrscheinlichkeit 1-p wird keine Alternative entdeckt. Nach einem Versuch kann das Individuum erneut nach einer Alternative suchen, oder es beendet die Suche.

Bleibt die Erfolgswahrscheinlichkeit p während des gesamten Suchprozesses unverändert, so wird die Suche als stationäre Suche bezeichnet. Da diesem Suchprozeß nicht die Vorstellung zugrunde liegt, daß irgendwann alle Alternativen gefunden sind, hat die Suche einen binomialen Charakter.[7]

Es wird angenommen, daß das Individuum zu Beginn der Suche mindestens eine Alternative kennt, und daß der maximale Nutzen der zum Startpunkt der Suche bekannten Alternativen u_0 beträgt. Andernfalls würden definitorische Probleme für den Fall auftreten, daß die Suche erfolglos bleibt. Die Nutzenwerte der gefundenen Alternativen werden als zufällig aufgefaßt.

Annahmegemäß ist dem Individuum der (Erwartungs-)Nutzen einer sofort bei ihrem Auffinden bekannt, und die Nutzenwerte aller vorhandenen unbekannten Alternativen sind unabhängig und identisch verteilt. Es wird also nicht angenommen, daß sich die Nutzenwerte der gefundenen Alternativen während der Suche oder abhängig von den bereits gefundenen Alternativen systematisch verändert. Darüber hinaus wird jedoch über die Diskussion von Beispielen hinaus keine Annahme über die unterliegende Verteilung getroffen.

3.2 Die Gestalt der Informationswertfunktion bei stationärer Suche

Für den beschriebenen Suchprozeß eignet sich die Zahl der Versuche, eine Alternative zu finden, als natürlicher Aufwandsparameter für die Informationsstruktur. Wie sich zeigt gibt es zu jeder Anzahl von Versuchen n genau einen zugehörigen Informationswert I(n).

---

[7] Eine andere Möglichkeit wäre ein hypergeometrisches Modell, bei dem eine vorgegebene Anzahl von Alternativen gefunden werden könnte. Eine weitere naheliegende Möglichkeit wäre eine stetige Suche mit zufälligen Suchzeiten. Typischerweise würde man exponentiell verteilte „Suchlebensdauern“ unterstellen, so daß die resultierende Folge gefundener Alternativen einen Poisson-Prozeß bildet. Dieser ergibt sich auf natürliche Weise aus der binomialen Suche bei einem Grenzübergang zu stetiger Zeit. Die folgenden Ergebnisse können ohne großen Aufwand auf diesen Fall übertragen werden. Wegen der größeren analytischen Klarheit wird jedoch der einfachste Fall gewählt.

Auf diese Weise erhält man eine Informationswertfunktion, deren Definitionsbereich die Menge der natürlichen Zahlen ist.[8]

Das rational handelnde Individuum wird stets die Alternative mit dem maximalen Nutzen wählen. Angenommen, das Individuum findet in n Versuchen k Alternativen, und die gemeinsame Nutzenverteilung der Alternativen wird durch die Verteilungsfunktion F beschrieben. Da das Individuum annahmegemäß risikoneutral im Metaentscheidungsprozeß der Alternativensuche ist, orientiert es sich am Erwartungswert des Maximums dieser k gemäß F verteilten Alternativen.

Im folgenden bezeichnet $a_F(k;u_0)$ die Folge der erwarteten Maxima von k unabhängig identisch gemäß F verteilten Zufallsvariablen bei Vorliegen des Startnutzens u_0. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Individuum in n Versuchen gerade k Alternativen findet, beträgt bei stationärer Suche mit Erfolgswahrscheinlichkeit p gerade b(k;n,p), die entsprechende Wahrscheinlichkeit der Binomialverteilung. Der Informationswert $I_{F;p}(n;u_0)$ nach n Versuchen ist der Erwartungswert der mit den b(k;n,p) gewichteten $a_F(k;u_0)$. Es ergibt sich

$$(1) \qquad I_{F;p}(n;u_0) = \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} a_F(k;u_0)$$

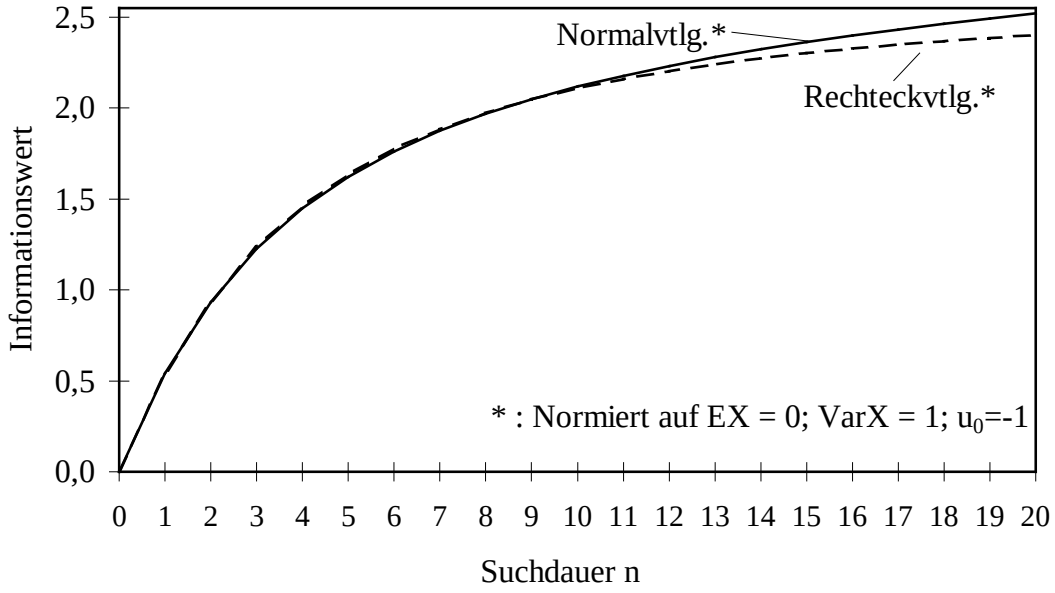
Die Extremwertstatistik ist ein Teilgebiet der mathematischen Statistik, das sich mit Aussagen über Verteilungen und Momente solcher Maximalwerte und anderer sogenannter Orderstatistiken beschäftigt.

Hat F die Dichtefunktion f, so überlegt man sich leicht durch partielle Integration, daß das Maximum von k unabhängig identisch gemäß F verteilten Zufallsvariablen und u_0 die Dichtefunktion $k \cdot f \cdot F^{(k-1)}$ hat, und ebenso schnell findet sich die Formel für den Erwartungswert $a_F(k;u_0)$ im allgemeinen Fall. Abgesehen von einfachen Ausnahmen ist $a_F(k,u_0)$ jedoch nicht explizit berechenbar. Dies gilt beispielsweise für die Normalverteilung. Für den einfachen Fall der Rechteckverteilung auf [0;1] erhält man $a_R(k;0) = k/(k+1)$.

Für konkrete Verteilungen lassen sich die Werte jedoch mit Simulationen oder anderen Verfahren approximieren. Abbildung 1 enthält die Informationswertfunktionen, die sich für die Rechteckverteilung $R[-3^{0.5};3^{0.5}]$ (normiert auf Erwartungswert 0 und Varianz 1) und die Normalverteilung bei $u_0=-1$ ergeben.

[8] Bei stetiger Suche erhält man analog die rellen Zahlen als Definitionsbereich der Informationswertfunktion.

Abbildung 1: Beispiel Informationswertfunktionen bei stationärer Suche (p=0,5)



Die Informationswertfunktion der Rechteckverteilung steigt zunächst schneller an, ab 9 Versuchen ist jedoch der Informationswert bei normalverteilten Nutzenwerten höher. Insgesamt führen die beiden Verteilungen zu recht ähnlichen Informationswertfunktionen. Beide Informationswertfunktionen sind konkav, d.h. sie haben abnehmende Zuwächse in n.

Anders als bei der von Radner / Stiglitz betrachteten Entscheidungssituation findet sich diese Konkavität sogar generell bei stationärer Suche. Allgemeine Überlegungen über die Gestalt von Informationswertfunktionen bei stationärer Suche und beliebiger Verteilung der Nutzenwerte führen nämlich zu folgendem Satz, dessen Beweis hier zugunsten des benötigten Raumes nur skizziert wird:

Satz: Bei stationärer, binomialer Suche ist die Informationswertfunktion unabhängig von der Verteilung der Nutzenwerte der Alternativen im gesamten Bereich (schwach) konkav, sofern die Nutzenwerte unabhängig und identisch verteilt sind

Beweisskizze:

Es ist klar, daß eine notwendige Bedingung für lokale Konvexität der Informationswertfunktion die Existenz eines konvexen Bereiches in der Folge der erwarteten Maxima $a_F(k,u_0)$ ist: Angenommen, die Folge der erwarteten Maxima $a_F(k,u_0)$ steigt linear in k, also mit $a \cdot k+b$, $a>0$; dann steigt die Informationswertfunktion ebenfalls linear mit Steigung $p \cdot a$, und der Informationswert an der Stelle k beträgt $a \cdot p \cdot n+b$. Dies ergibt sich mit Linearität des Erwartungswertes unmittelbar daraus, daß die Binomialverteilung einen Erwartungswert von $n \cdot p$ hat.

Steigt $a_F(k,u_0)$ jedoch überall langsamer als linear, so kann $I_{F;p}(n;u_0)$ nirgends konvex sein. Mit Hilfe einer Rekursionsformel von Arnold und Balakrishnan (1989) für allgemeine Momente von Orderstatistiken läßt sich jedoch nachwiesen, daß bei unabhängig identisch verteilten Zufallsvariablen die Folge der erwarteten Maxima für alle Verteilungen (schwach) konkav im gesamten Verlauf ist.[9] □

Bei stationärer Suche und unabhängig identischer Nutzenverteilung können also grundsätzlich keine Konvexitäten in der Informationswertfunktion auftreten. Aus diesem Grund reduzieren sich die Überlegungen zur optimalen Suchdauer während der Suche auf die Untersuchung der Vorteilhaftigkeit des nächsten Schrittes, und die a priori-Analyse beschränkt sich auf den Grenznutzenkalkül.

In einer konkreten Entscheidungssituation wird das Individuum jedoch wenn überhaupt nur sehr schwer die Verteilung der Nutzenwerte einschätzen können. Selbst im vergleichsweise einfachen Beispiel der Personalsuche können konkrete Verteilungsannahmen nur schwer gerechtfertigt werden.

Das folgende, verteilungsunabhängige Ergebnis ist deshalb dazu geeignet, die Komplexität der Betrachtungen deutlich zu reduzieren.

Die Folge der erwarteten Maxima $a_F(k)$ ist im unabhängig identischen Fall für alle auf Erwartungswert 0 und Varianz 1 normalisierten Verteilungen F beschränkt durch[10]

$$(2) \qquad E \max_{i=1,\dots,k} X_i \leq \frac{k-1}{\sqrt{2k-1}}$$

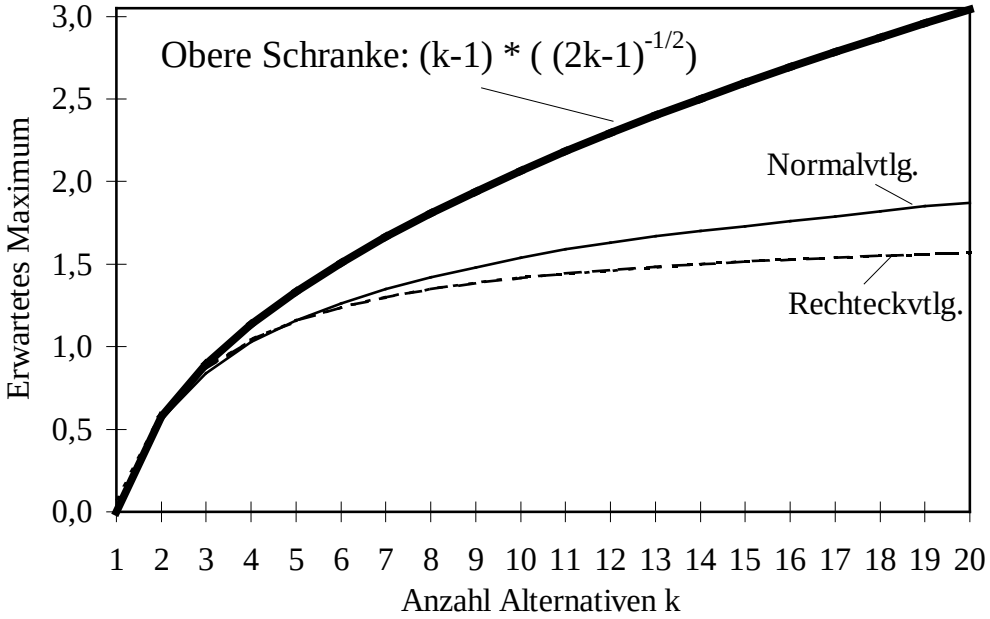
Abbildung 2 zeigt die obere Schranke aus (2) gemeinsam mit den Folgen der bedingten Erwartungen für die Normalverteilung und die normalisierte Rechteckverteilung $R[-3^{0.5};3^{0.5}]$:

---

[9] Zur Formel vgl. Arnold / Balakrishnan (1989), S.6, Rel. (2.2). Diese wird dreifach angewendet: (a) k = n, i = k-1, (b) k = n-1, i = k-2 (c) k = n, i = k-2. Die Existenz des u_0 ändert nichts an der Gültigkeit, da auch die Verteilung $G = \mathrm{Max}(u_0;F)$ eine Wahrscheinlichkeitsverteilung ist.

[10] Vgl. Arnold / Balakrishnan (1989), S.39. Die obere Schranke wird aus der Schwarzschen Ungleichung entwickelt, und sie ist scharf in dem Sinne, daß für alle k Verteilungen existieren, die die Schranke erreichen. Für k = 2 ist dies die Rechteckverteilung. Bei Vorliegen eines u_0, wie für die Informationswertfunktion angenommen, muß die Verteilung zur konkreten Berechnung entsprechend angepaßt werden. Man beachte, daß die Existenz einer konkaven Schranke noch nicht die Konvexität aller Folgen impliziert.

Abbildung 2: Verteilungsfreie obere Schranke erwartete Maxima (i.i.d., EX=0, VarX=1)

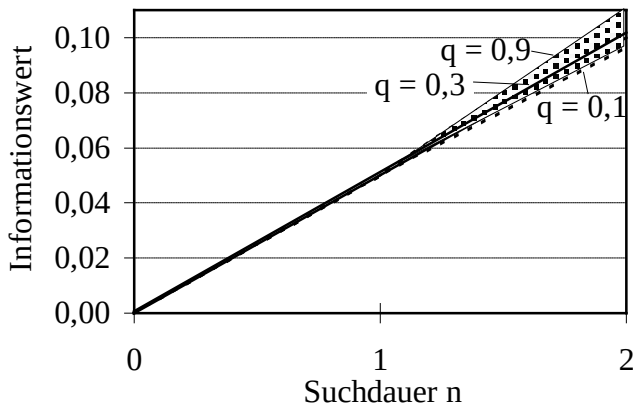


3.3 Die Gestalt von Informationswertfunktionen bei nichtstationärer Suche

Die Konkavität der Informationswertfunktion ist nur für Suchprozesse mit stationärer Erfolgswahrscheinlichkeit garantiert. Folgendes Beispiel dient der Verdeutlichung dieses Sachverhalts. Betrachtet wird ein zweistufiger Suchprozeß, bei dem das Individuum im ersten Versuch eine Erfolgswahrscheinlichkeit von p hat.

Wird eine Alternative gefunden, so beträgt die Erfolgswahrscheinlichkeit im nächsten Versuch q > p. Andernfalls erfolgt die Suche auch im zweiten Versuch mit p. Die Nutzenwerte sind auf dem Intervall [0;1] unabhängig identisch rechteckverteilt, und das Individuum kennt bereits eine Alternative mit dem Nutzen 0.

Abb. 3: Nichtstationärer Suchprozeß (p=0,1)



Nebenstehende Abbildung 3 zeigt das Beispiel für p=0,1 sowie q=0,1, q=0,3 und q=0,9. Die Informationswertfunktion verläuft für q=0,1 konkav, für q=0,3 linear und für q=0,9 konvex.

Für n=1 nimmt die Funktion den Wert p·0,5=0,05 an. Für n=2 ergeben sich die Werte 0,09667 (0,1) [0,11] für q=0,1 (q=0,3) [q=0,9] nach folgender Gleichung

$$I_{R;p;q}(2;0) = p \cdot q \cdot 0{,}667 + p \cdot (1-q) \cdot 0{,}5 + (1-p) \cdot p \cdot 0{,}5 + (1-p)^2 \cdot 0.$$

Phänomene, die derartige Nichtstationaritäten hervorrufen, treten in der Realität bisweilen auf. So können Alternativencluster existieren, und die Erfolgswahrscheinlichkeit steigt, nachdem eine Alternative gefunden wurde. Möglicherweise wurde die Suchanstrengung gesteigert, oder bei der Personalsuche eine wurde neue, attraktive Untergruppe angesprochen, in der sich durch Informationsweitergabe („Mund zu Mund-Propaganda“) die Erfolgswahrscheinlichkeit während der Suche erhöht hat.

Eine verwandte Möglichkeit besteht im Auftreten von Lerneffekten, die bewirken, daß nach dem Eintritt markanter Ereignisse (Erfolge, Mißerfolge, etc.) die Suche auf eine qualifiziertere Art durchgeführt wird, z.B. in Form einer qualifizierteren Ansprache oder Vorauswahl.

Ist mit dem Auftreten bedeutsamer Nichtstationaritäten zu rechnen, so ist anders als bei zwingend konkavem Verlauf der Informationswertfunktion der Grenznutzenkalkül nicht ausreichend zur Bestimmung der optimalen a priori-Suchdauer. Auch die Aussage, daß die Durchführung des nächsten Versuches für sich genommen nicht vorteilhaft ist, ist nicht hinreichend für den Abbruch der Suche zum optimalen Zeitpunkt.

4. Zusammenfassung und Diskussion

Ist ein Individuum mit einem Entscheidungsproblem bei unvollständiger Information konfrontiert, so steht es vor dem Metaentscheidungsproblem des Informationserwerbs. Für die Untersuchung dieses Metaentscheidungsproblems ist die Analyse der Informationswertfunktion sinnvoll, die mögliche Informationsstrukturen mit Hilfe des Aufwandes für ihren Erwerb parametrisiert und ihnen den zugehörigen Informationswert zuordnet, der angibt, in welchem Maße das Individuum durch den Erwerb der Information den Erwartungsnutzen seines Entscheidungsproblems erhöhen kann.

In diesem Beitrag interessierten besonders diejenigen Informationswertfunktionen, die bei der Suche nach Handlungsalternativen auftreten, die mit einem sicheren Gewinn verknüpft sind.

Der Satz von Radner / Stiglitz, der besagt, daß bei Entscheidungsproblemen mit stetigem Alternativenraum, bei denen Informationserwerb und Entscheidung hinreichend „glatt“ verlaufen, die Informationswertfunktion in der Nähe des Nullpunktes konvex ist, läßt sich nicht auf diese Entscheidungssituation übertragen. Vielmehr zeigt sich, daß bei diskreter Suche mit gleichbleibender Erfolgswahrscheinlichkeit die Informationswertfunktion stets konkav verläuft.

Die Folge der erwarteten Maxima, welche die Informationswertfunktion bei stationärer Suche determiniert, ist bei unabhängig identisch verteilten Nutzenwerten für alle normalisierten Verteilungen mit Erwartungswert 0 und Varianz 1 durch $(k-1) \cdot (2k-1)^{-0.5}$ beschränkt.

Allerdings können bei nichtstationärer Suche Konvexitäten auftreten, z.B. wegen der Existenz von Alternativenclustern oder von Lerneffekten während der Suche.

Abschließend seien noch einige weitere, sich teilweise überlappende Phänomene genannt, die zu Konvexitäten in der Informationswertfunktion führen können:

- *Anfangseffekte* bei stetigen, glatten Entscheidungen: Führen neue Informationen zur Verbesserung von Alternativen, so muß der „Vorsprung“ zum Optimum erst „aufgeholt“ werden (siehe Radner / Stiglitz)
- *Steigerung der Suchanstrengungen* während des Suchprozesses
- *Cluster*: Die Erfolgswahrscheinlichkeit der Suche steigt bei Entdeckung von Alternativen
- *Lerneffekte* bei der Suche steigern Erfolgswahrscheinlichkeit oder Nutzenverteilung
- Eigenschaften von Alternativen haben *multiplikative* oder andere „superlineare“ Auswirkungen auf den Nutzen
- *Wechselwirkungen und Interdependenzen* zwischen Informationen, die der Bewertung von Alternativen oder Umweltzuständen dienen. Informationen qualifizieren sich gegenseitig, die Interpretation einzelner Informationen ist von der Kenntnis anderer abhängig.

5. Literatur

Arnold, B.C.; Balakrishnan, N. (1989): Relations, Bounds and Approximations for Order Statistics. New York 1989.

Bode, J. (1997): Der Informationsbegriff in der Betriebswirtschaftslehre. In: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung 49 (1997), S.449-468

Laux, H. (1979): Grundfragen der Organisation: Delegation, Anreiz und Kontrolle. Berlin 1979

Radner, R.;Stiglitz, J.E. (1984): A Nonconcavity in the Value of Information. In: Bayesian Models in Economic theory. Boyer, M; Kihlstrom, R.E. (Hrsg.). New York 1984, S.33-52.

Singh, N. (1985): Monitoring and Hierarchies: The marginal Value of Information in a Principal-Agent Model. In: Journal of Political Economy 93 (1985), S.599-609.

Wittmann, W. (1959): Unternehmung und unvollkommene Information. Köln 1959.